

数学 I

第2章 「方程式と不等式」

10. 2次方程式 その2

hm1-2-10

(pdfファイル)

平方完成

A-5001

$$ax^2 + bx + c$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c$$

$$= a \left\{ \underline{x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2} - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right\} + c$$

$$= a \left\{ \underline{\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2} - \frac{b^2}{4a^2} \right\} + c$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$a(x + \text{定数})^2 + \text{定数}$

2x² + 5x + 2 の平方完成

$$2x^2 + 5x + 2 = 2 \left(x^2 + \frac{5}{2}x \right) + 2$$

$$= 2 \left\{ x^2 + 2 \cdot \quad x + \quad \right\} - \quad + 2$$

=

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ において左辺を平方完成すると,

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0$$

両辺を a で割って, 第2項を移項すると

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

これより, $b^2 - 4ac \geq 0$ のときは,

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

すなわち,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a, b, c \text{ は定数で, } a \neq 0)$$

の解は, $b^2 - 4ac \geq 0$ のとき,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

注

$$\begin{cases} b^2 - 4ac > 0 \text{ のとき} & x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ b^2 - 4ac = 0 \text{ のとき} & x = -\frac{b}{2a} \end{cases}$$

と分けて表してもよい.



方程式 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ の解は

$$x = \frac{- \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot \cdot}}{2 \cdot}$$

因数分解で解ける2次方程式にも、解の公式が使える。

例 方程式 $2x^2 + 5x - 7 = 0$ の解は

$$x =$$