数学Ⅰ

第３章　「２次関数」

9. 2次関数と2次方程式

hm1-3-9

(pdfファイル)

EDUPA

2次関数のグラフと x 軸

2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフである放物線と x 軸（$y = 0$ の表す直線）との共有点の x 座標は，

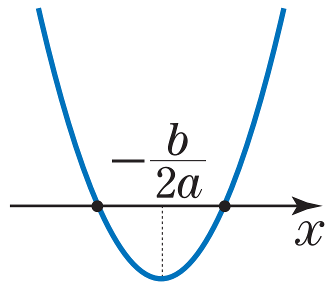
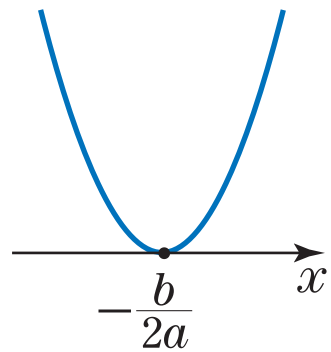
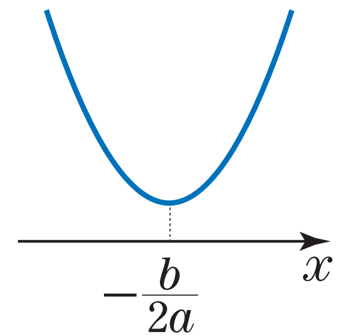
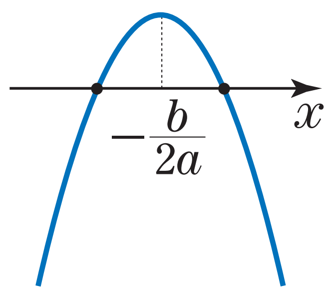
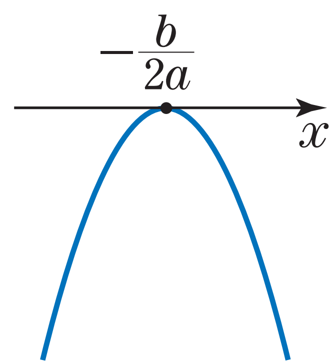
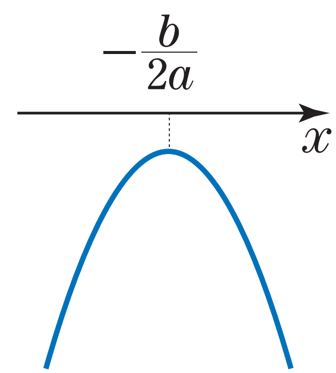
$$2\text{次方程式 } ax^2 + bx + c = 0 \text{ の解}$$

である.

特に，放物線 $y = ax^2 + bx + c$ と x 軸の共有点の個数は，2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の個数と同じである.

したがって，2次方程式の解の個数を判別する $D = b^2 - 4ac$ の値によって 2次関数のグラフと x 軸との共有点の個数を知ることができる.

I-7901

<table>
<tr><th>Dの値</th><th>$D>0$</th><th>$D=0$</th><th>$D<0$</th></tr>
<tr><td>解の個数</td><td>2個</td><td>1個（重解）</td><td>0個（なし）</td></tr>
<tr><td>x 軸との共有点</td><td>異なる2点</td><td>1点</td><td>なし</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2次関数の
グラフと x 軸</td><td colspan="3">$a>0$ のとき</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">$a<0$ のとき</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

I-7902

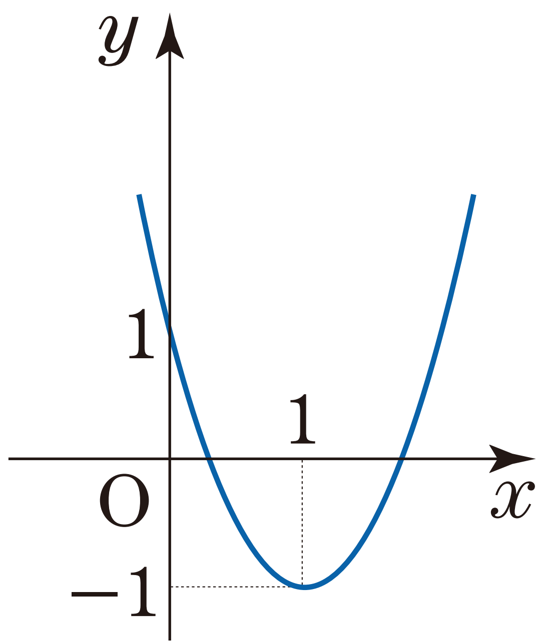
例（1）

2次関数 $y = 2x^2 - 4x + 1$ について，

$$D = b^2 - 4ac =$$

したがって，$y = 2x^2 - 4x + 1$ のグラフと x 軸は

異なる2点を共有する.



I-8001

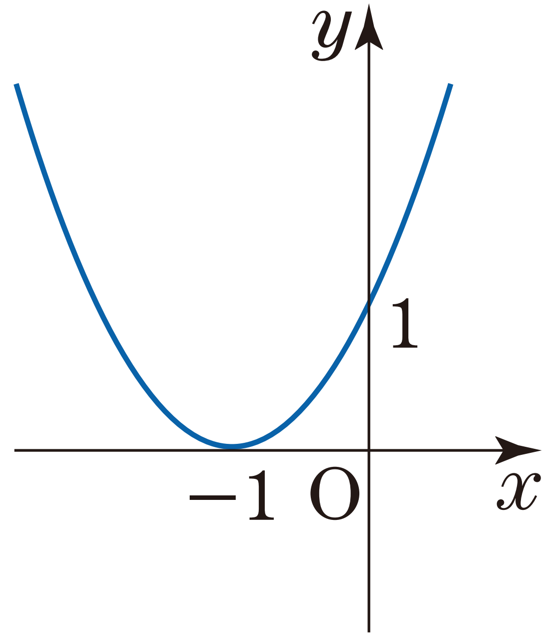
例（2）

2 次関数 $y = x^2 + 2x + 1$ について，

$$D = b^2 - 4ac =$$

したがって，$y = x^2 + 2x + 1$

のグラフと x 軸は **1 点だけを共有する**．



このとき，2 次関数のグラフは x 軸に **接する** といい，その共有点を **接点** という．このグラフの接点の座標は，

である．

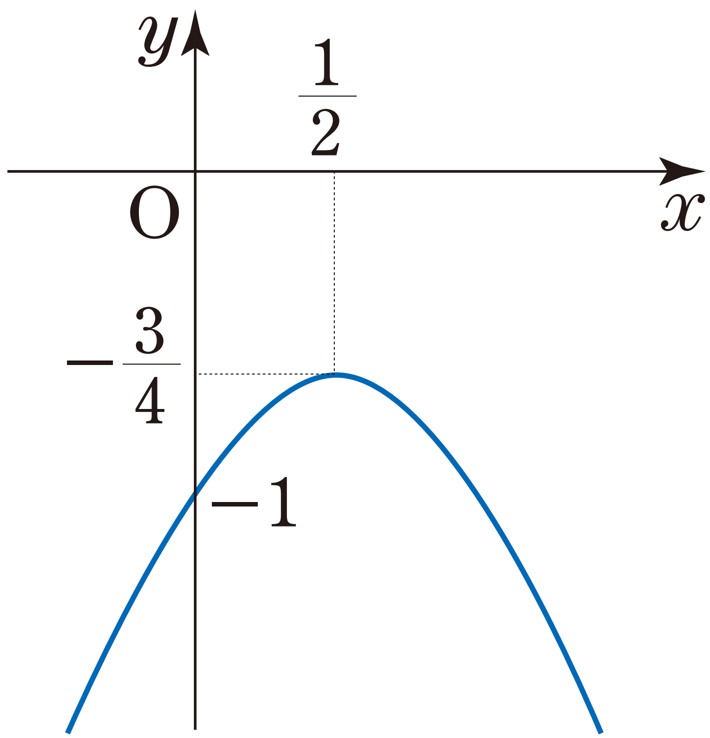
I-8002

例（3）

2次関数 $y = -x^2 + x - 1$ について，

$$D = b^2 - 4ac =$$

したがって，$y = -x^2 + x - 1$ のグラフと x 軸の共有点は



例題

　2次関数 $y = x^2 - 4x + m$ のグラフが x 軸と異なる2つの共有点をもつような定数 m の範囲を求めよ.

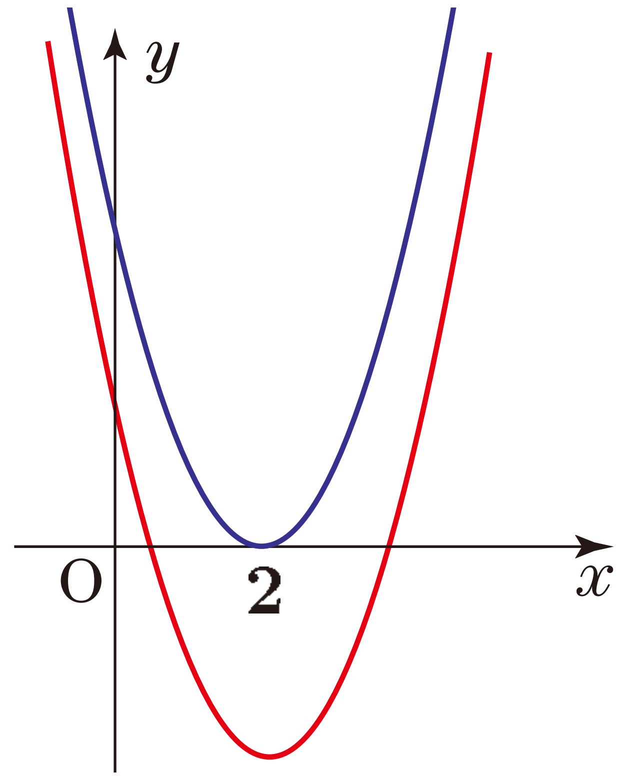
【解】　2次方程式 $x^2 - 4x + m = 0$ の判別式を D とすると,

$$D = b^2 - 4ac =$$

異なる2つの共有点をもつのは

$$D =$$

のとき.　これより求める m の範囲は,



I-8101 end