数学Ⅰ

第４章　「図形と計量」

6. 三角比の相互関係

hm1-4-6

(pdfファイル)

余角 $90^\circ - \theta$ の三角比

右の図の直角三角形 ABC において，

$\sin A =$ $\quad$,$\cos A =$ $\quad$,$\tan A =$ $\quad$ 【図版9】

$\sin B =$ $\quad$,$\cos B =$ $\quad$,$\tan B =$

である．ここで $A = \theta$ とおくと $B =$

であるから，次の公式が成り立つ．

【図版】

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan\theta}$$

【図版】

I-10501

余角の三角比公式の応用

たとえば，

$$\sin 75^\circ = \sin(90^\circ - 15^\circ) \ =$$

$$\cos 63^\circ = \cos(90^\circ - 27^\circ) \ =$$

$$\tan 56^\circ = \tan(90^\circ - 34^\circ) =$$

$\longrightarrow$ 鋭角の三角比の表は，その半分 $(0^\circ \leqq \theta \leqq 45^\circ$の範囲）だけで理論的には十分である．

I-10502 end

三角比の相互関係（1）

右の図の直角三角形 ABC において，

$\sin A =$ 　　　　，　$\cos B =$ 　　　　，　　　　【図版10】

$\tan A =$

から　　$\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A}$

また，$(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = \dfrac{a^2}{c^2} + \dfrac{b^2}{c^2} = \dfrac{a^2+b^2}{c^2} =$

$(\sin A)^2$，$(\cos A)^2$ をそれぞれ $\sin^2 A$，$\cos^2 A$ と書くと約束すると，

$$\boxed{\sin^2 A + \cos^2 A = 1}$$

I-10601

三角比の相互関係（2）

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

この両辺を $\cos^2\theta$ で割ると

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + 1 = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$\sin^2\theta, \cos^2\theta$ と同様に，$(\tan\theta)^2$ を $\tan^2\theta$ と書くと約束すると，

$$\tan^2\theta + 1 = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

I-10602

例題

θ が鋭角で，$\sin\theta = \dfrac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta, \tan\theta$ の値を求めよ．

【解】 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ であるから，

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

θ が鋭角であるから， より

$$\cos\theta =$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} =$$

I-10701

図形的別解

$\sin\theta = \dfrac{1}{3}$ となる鋭角 θ は，右の図の直角三角形 ABC の $\angle\mathrm{A}$ の大きさである． 【図版11】

三平方の定理より，

$$\mathrm{AC} =$$

であるから，

$$\cos\theta =$$

$$\tan\theta =$$

I-10702 end